

## Задачи теоретического тура

### Инструкции

1. Вы получите в конверте тексты заданий на английском и родном языке.
2. Вам дается 5 часов для решения 15 коротких (задачи 1-15) и 3 длинных задач.
3. Вы можете использовать только ту ручку, которая лежит на столе.
4. Решения каждой задачи должно быть написано на листах ответов, начинайте каждую задачу на новой странице. Только такие листы ответов будут оцениваться.
5. Вы можете использовать чистые листы как черновики. Но они не будут оценены.
6. В верхней части каждой страницы, вы должны записать Ваш код и номер задачи.
7. Если решение превышает одну страницу, пожалуйста, пронумеруйте страницы для каждой задачи в отдельности.
8. Обведите рамкой ваш окончательный ответ.
9. Численные результаты следует привести с правильным числом значащих цифр.
10. Вы должны использовать только систему «СИ» или стандартные единицы, принятые в астрономии. Баллы будут сниматься за отсутствие единиц измерения или за несоответствующее количество значащих цифр.
11. В конце работы, все листы бумаги должны быть помещены в конверт и оставлены на столе.
12. В своем решении опишите, пожалуйста, каждый шаг и промежуточные результаты.

## Длинные задачи

- Длительность прохождения планеты по диску звезды HD209458 составляет 180 минут. Период ее обращения вокруг звезды 84 часа. Доплеровское смещение линий поглощения, возникающее в атмосфере планеты, соответствует разности в радиальной скорости 30 км/с (относительно наблюдателя) в начале и конце прохождения. Орбита планеты круговая. Луч зрения лежит в плоскости орбиты. Рассчитайте радиус и массу звезды, а также радиус орбиты планеты.
- В поле скопления галактик с красным смещением  $z = 0.500$ , наблюдается галактика, которая выглядит как обычная эллиптическая, с видимой звездной величиной в фильтре  $B m_B = 20.40^m$ .

Фотометрическое расстояние, соответствующее красному смещению  $z = 0.500$  составляет  $d_L = 2754$  Мпк.

Спектральное распределение энергии (СПЭ) эллиптических галактик в диапазоне длин волн от 250 нм до 500 нм хорошо аппроксимируется формулой:

$$L_\lambda(\lambda) \propto \lambda^4$$

(то есть, спектральная плотность светимости объекта, известная также как монохроматическая светимость, пропорциональна  $\lambda^4$ .)

a) Предполагая, что галактика в скоплении, найдите ее абсолютную звездную величину в фильтре  $B$ .

b) Действительно ли она принадлежит данному скоплению галактик? (Напишите YES или NO в соответствии с предшествующими расчетами).

Подсказки: Попробуйте получить отношение, которое описывает зависимость спектральной плотности потока для двух расстояний в малых интервалах длин волн. Самые яркие эллиптические галактики имеют абсолютную звездную величину  $-22^m$ .

- Компьютерная программа «Guide» дает следующие данные для двух звезд, массы которых равны солнечной:

Звезда	1	2
Прямое восхождение (R.A.)	$14^h 29^m 44.95^s$	$14^h 39^m 39.39^s$
Склонение (Dec)	$-62^\circ 40' 46.14''$	$-60^\circ 50' 22.10''$
Расстояние	1.2953 pc	1.3475 pc
Собственное движение по R.A.	$-3.776 \text{ arcsec / year}$	$-3.600 \text{ arcsec / year}$
Собственное движение по Dec.	$0.95 \text{ arcsec / year}$	$0.77 \text{ arcsec / year}$

Основываясь на этих данных, определите, образуют ли эти звезды гравитационно связанную систему.

Звезды на главной последовательности. Написать YES, если связаны или NO, если не связаны. Представьте окончательный расчет.

Примечание: собственное движение по R.A. исправлено с учетом склонения звезд.

## Короткие задачи

1. Большинство комет, попадающих во внутреннюю область Солнечной системы один раз, прилетают из облака Оорта. Оцените, сколько времени занимает их путь от афелия до перигелия. В облаке Оорта, на расстоянии 35 000 а.е. от Солнца, комета находится в афелии.
2. Оцените число звезд в шаровом скоплении диаметром 40 пк, если параболическая скорость на его краю равна 6 км/с, и большинство звезд подобны Солнцу.
3. 9 марта 2011 года зонд Вояджер находился на расстоянии 116.406 а.е. от Солнца и двигался со скоростью 17.062 км/с. Определите тип орбиты зонда: (a) эллиптический, (b) параболический или (c) гиперболический. Чему была равна в этот момент видимая звездная величина Солнца с Вояджера?
4. Вычислите время нахождения Фобоса над горизонтом в точке на экваторе Марса в приближении круговой экваториальной орбиты Фобоса.  
Используйте следующие данные:  
Радиус Марса  $R_{\text{Mars}} = 3\,393$  км период вращения Марса  $T_{\text{Mars}} = 24.623$  ч  
Масса Марса  $M_{\text{Mars}} = 6.421 \times 10^{23}$  кг радиус орбиты Фобоса  $R_p = 9\,380$  км.

5. Каким должен быть диаметр антенны радиотелескопа, работающего на длине волн  $\lambda = 1$  см, чтобы его угловое разрешение было таким же, как и у оптического телескопа с диаметром объектива  $D = 10$  см?
6. Результатом действия приливных сил является возникновение их момента тормозящего Землю. Если предположить, что в течение нескольких последних сотен миллионов лет, этот момент и продолжительность звездного года были постоянными и имели значения соответственно  $6.0 \times 10^{16}$  Н · м и  $3.15 \times 10^7$  с, вычислите, сколько дней было в году  $6.0 \times 10^8$  лет назад.

Момент инерции однородного шара радиуса  $R$  и массы  $m$ :

$$I = 2/5 \cdot m \cdot R^2.$$

7. Спутник Земли движется по круговой орбите. Начальный импульс спутника задается вектором  $\mathbf{p}$ . В определенный момент, подрывается заряд, который дает дополнительный импульс спутнику  $\Delta \mathbf{p}$ , равный по модулю  $|\mathbf{p}|$ .  
Пусть  $\alpha$  – угол между векторами  $\mathbf{p}$  и  $\Delta \mathbf{p}$ , а  $\beta$  – между радиус-вектором спутника и вектором  $\Delta \mathbf{p}$ . В зависимости от направления вектора  $\Delta \mathbf{p}$  рассмотрите возможные орбиты в соответствии с их типами приведенными ниже. Если это возможно, напишите YES на листе ответов и рассчитайте соответствующие значения  $\alpha$  и  $\beta$ . Если переход на такую орбиту невозможен, напишите NO.

(a) гипербола с перигеем в точке взрыва,

(b) парабола с перигеем в точке взрыва,

(c) эллипс с перигеем в точке взрыва,

(d) окружность,

(e) эллипс с апогеем в точке взрыва.

Отметим, что при  $\alpha = 180^\circ$  и  $\beta = 90^\circ$  новая орбита будет линией, по которой спутник будет свободно падать вертикально к центру Земли.

8. Полагая, что частицы пыли являются черными телами, определите диаметр сферической пылинки, для которой на орбите Земли световое давление и гравитационное притяжение Солнца компенсируются. Плотность вещества пылинки  $\rho = 10^3 \text{ кг}/\text{м}^3$ .
9. Расстояния между звездами значительно больше их размеров. Таким образом, звездные скопления и галактики, не содержащие диффузной материи, практически не закрывают объекты за ними. Оцените, какая часть неба закрывается звездами, когда мы смотрим в сторону галактики с поверхностной яркостью  $\mu = 18.0^{\text{m}}$  угл. сек.<sup>-2</sup>. Считайте, что галактика состоит из звезд, подобных Солнцу.
10. Оцените минимальную энергию протона, который может проникнуть через магнитосферу Земли. Предполагается, что проникновение происходит перпендикулярно плоскому слою постоянного магнитного поля 30 мкТл и толщиной  $1.0 \times 10^4$  км. Нарисуйте эскиз траектории движения частицы. (Заметим, что при столь высоких энергиях, импульс равен  $E/c$ . Пренебрегайте всеми радиационными эффектами).
11. Анализ спектра галактики с красным смещением  $z = 6.03$  показал, что средний возраст ее звезд лежит в диапазоне 560–600 млн лет. При каком значении  $z$  наступила эпоха звездообразования в этой галактике? Современный возраст Вселенной  $t_0 = 13.7 \times 10^9$  лет; скорость расширения Вселенной соответствует плоской модели с космологической постоянной  $\Lambda = 0$ . (В такой модели масштабный фактор  $R \sim t^{2/3}$ , где  $t$  - время после Большого Взрыва.)
12. Вследствие прецессии земной оси, область неба, наблюдаемая в точке с фиксированными географическими координатами, изменяется со временем. Возможно ли, что в какой-то момент времени, Сириус не будет восходить в Кракове, в то время как Канопус будет восходить и заходить? Предположите, что ось Земли движется по конической поверхности с углом раствора  $47^\circ$ . Краков находится на широте  $50.1^\circ$  с.ш.; текущие экваториальные координаты (прямое восхождение и склонение) этих звезд:

Сириус ( $\alpha$  CMa):  $6^{\text{h}} 45^{\text{m}}$   $-16^\circ 43'$

Канопус ( $\alpha$  Car):  $6^{\text{h}} 24^{\text{m}}$   $-52^\circ 42'$

13. Уравнение эклиптики в экваториальных координатах  $(\alpha, \delta)$  имеет вид:

$$\delta = \arctg (\sin \alpha \operatorname{tg} \varepsilon),$$

где  $\varepsilon$  – угол наклона небесного экватора к плоскости эклиптики. Найти аналогичное соотношение  $h = f(A)$  для галактического экватора в горизонтальных координатах  $(A, h)$  для наблюдателя на широте  $\varphi = 49^\circ 34'$  в момент местного звездного времени  $\theta = 0^{\text{h}} 51^{\text{m}}$ .

14. Оцените число солнечных нейтрино, которые проходят через  $1 \text{ м}^2$  нормальной площадки поверхности Земли за одну секунду. Воспользуйтесь тем, что каждая реакция синтеза на Солнце производит 26.8 МэВ энергии и два нейтрино.
15. Учитывая, что реликтовое излучение имеет чернотельный спектр в течение всей эволюции Вселенной, найдите зависимость его температуры от величины красного смещения  $z$ . В частности, найдите температуру реликтового излучения в эпоху существования объектов с  $z \approx 10$  (самые далекие наблюдаемые объекты). Температура реликтового излучения в настоящее время 2.73 К.

